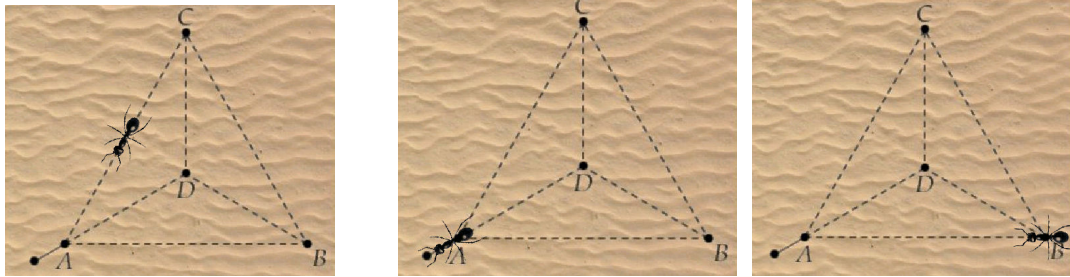


## Piège à fourmis, fiche professeur

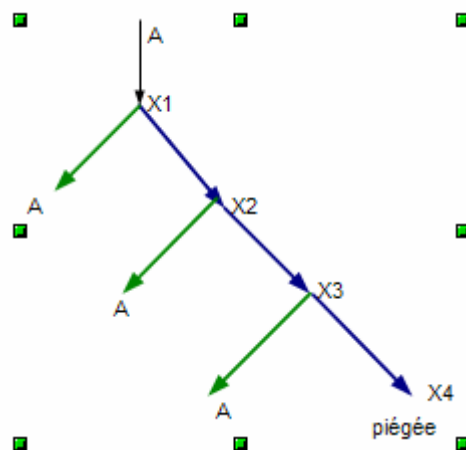
Une fourmi peut rentrer ou sortir dans un piège par le point  $A$ .  
Quand elle est à un sommet, elle choisit au hasard une des trois arêtes qui passent par ce sommet. Si elle n'est pas sortie après avoir parcouru 4 arêtes, elle meurt.



Trois animations sont à disposition, une pour le collège, les deux autres pour le lycée : il convient de choisir pour les élèves celle qui convient au travail qui leur sera proposé. Les animations diffèrent par le nombre de simulations que l'on peut faire d'un coup.

### Calculs

La fourmi est prise au piège lorsque, étant positionnée en un sommet  $X$  atteint après son entrée en (ce sommet  $X$  est  $B, C$  ou  $D$ ), elle choisit, avec une probabilité  $2/3$ , une arête ne conduisant pas à  $A$  (voir dessin ci-dessous, où  $X_i, i=1 \dots 4$ , désignent un sommet différent de  $A$ ).



La probabilité  $p$  qu'une fourmi soit piégée est ainsi :

$$p = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \approx 0,3$$

*On peut considérer que le piège peu efficace !*

On désigne par  $L$  le nombre d'arêtes parcourues.

	$L=2$	$L=3$	$L=4$ et sortie	$L=4$ et piégée
parcours	$AX_1A$	$AX_1X_2A$	$A X_1X_2 X_3A$	$A X_1X_2 X_3X_4$
Probabilités	$1/3 \approx 0,33$	$2/9 \approx 0,22$	$4/27 \approx 0,14$	$8/27 \approx 0,28$
nombre de parcours	3	6	12	24

*Il y a  $3+6+12+24=45$  parcours possibles, dont 24 où la fourmi est piégée. Il est « tentant » de dire que la fourmi a une probabilité  $24/45 \approx 0,53$  d'être piégé, beaucoup ne résistent pas à cette tentation ! Le recours à l'animation contredit immédiatement ce calcul, basé sur l'hypothèse que tous les parcours sont équiprobables, ce qui n'est pas le cas.*

La loi de probabilité de  $L$  est donnée par :

$$\text{Prob}(L=2) = 1/3 \approx 0,33 \quad \text{Prob}(L=3) = 2/9 \approx 0,22 \quad \text{Prob}(L=4) = 4/27 + 8/27 = 12/27 = 4/9 \approx 0,44.$$

*Lorsque l'animation tourne, les élèves sont étonnés du nombre des cas où le parcours est à 4 arêtes, et les calculs confirment que c'est la situation la plus probable.*

Le nombre théorique moyen  $\mu$  d'arêtes visitées est :

$$\mu = 2 \times 1/3 + 3 \times 2/9 + 4 \times 4/9 = 28/9 \approx 3,11$$

La probabilité que le dernier sommet visité soit  $A$  est donc voisine de 0,7, ce qui est cohérent avec les résultats de l'animation.

*Quelque soit le niveau où on utilise l'animation, pour travailler le sens de l'observation, on pourra demander le nombre de pattes des fourmis : si presque tous les élèves répondent 6, il arrive que certains répondent 8. La fourmi est un insecte, tous les insectes ont 6 pattes donc une fourmi « réelle » a, sauf anomalie, six pattes. On peut penser que ces fourmis virtuelles ont aussi 6 pattes, et deux antennes, comme les vraies.*